Krzysztof PETELCZYC
Uniwersytet w Białymstoku
Instytut Matematyki, Zakład Podstaw Geometrii
ul. Akademicka 2, 15-267, Białystok
tel./ fax 85 745 75 52 e:mail: kryzpet@math.uwb.edu.pl

PRZESTRZENIE RZUTOWE Z DZIURĄ

Słowa kluczowe: *przestrzeń rzutowa, przestrzeń rzutowa z dziurą, uzupełnienie*

W literaturze można odnaleźć dwie definicje przestrzeni afinicznej: jest to przestrzeń rzutowa z usuniętą w niej hiperpłaszczyzną, lub przestrzeń rzutowa z hiperpłaszczyzną w niej wyróżnioną. Wiadomo, że obie te definicje są równoważne, jeśli usunięta hiperpłaszczyzna może być wyrażona w terminach tak otrzymanej przestrzeni afinicznej. Wówczas możemy odzyskać przestrzeń rzutową z przestrzeni afinicznej. W związku z tym pojawia się pytanie: jak duża musi być nieusunięta część przestrzeni rzutowej, aby można było ją z tej części odzyskać?

Są też inne przykłady, gdzie w wyniku usunięcia hiperpłaszczyzny otrzymujemy pewną geometrię afiniczną. Przestrzeń biegunowa bez jednej ze swych geometrycznych hiperpłaszczyzn jest rozpatrywana jako afiniczna przestrzeń biegunowa (por. [1], [4]). W przypadku gdy usuwamy z przestrzeni rzutowej dowolną jej podprzestrzeń, pozostały fragment posiada własności zarówno rzutowe jak i afiniczne i jest to tzw. slit space (por. [2], [3]). My zajmujemy się przypadkiem jeszcze bardziej ogólnym: przestrzenią rzutową M z usuniętym dowolnym podzbiorem jej punktów ***W*** - horyzontem. Te proste z M, które są całe zawarte w ***W****,* także zostają usunięte. W nieusuniętym fragmencie M, który nazywamy uzupełnieniem ***W*** do M, definiujemy równoległość: dwie proste są równoległe, jeśli przecinają się na horyzoncie ***W****.* Rozróżniamy dwie rozłączne klasy maksymalnych klik równoległości i pokazujemy, że obie są definiowalne w terminach uzupełnienia. Jedna z nich składa się ze zbiorów prostych przechodzących przez ustalony punkt z ***W****.* Taki zbiór nazywamy kierunkiem gwiazdy. Odzyskujemy usunięte punkty utożsamiając je z kierunkami gwiazd. Następnie badamy płaszczyzny naszego uzupełnienia. Okazuje się, że każdą taką płaszczyznę możemy rozpiąć przy pomocy trójkąta, którego boki nie są całkowicie usunięte. Dzięki temu potrafimy zdefiniować te płaszczyzny w uzupełnieniu. Brakujące proste z M odzyskujemy jako przecięcia odpowiednich płaszczyzn. Wszystkie nasze rozważania prowadzone są przy założeniu, że ($\ast$) na każdej prostej z M liczba usuniętych punktów jest mniejsza lub równa liczbie pozostałych punktów minus dwa.

Ostatecznie dowodzimy następujące

Twierdzenie: Jeśli M jest przestrzenią rzutową wymiaru co najmniej 3, $\boldsymbol{W}$ jest podzbiorem zbioru punktów z M, oraz M spełnia założenie (⁕), wówczas zarówno M jak i $\boldsymbol{W}$ mogą być odzyskane z uzupełnienia $\boldsymbol{W}$ do M.

Literatura:

1. Cohen, A.M., Shult, E.E.: ,,Affine polar spaces", Geom. Dedicata 35 (1990), 43-76.
2. Karzel, H., Meissner, H.: ,, Geschlitze inzidenzgruppen und normale fastmoduln", Abh. Math. Sem. Univ. Hamb. 31 (1967), 69-88.
3. Karzel, H., Pieper, I.: ,,Bericht uber geschlitzte inzidenzgruppen", Jber. Deutsh. Math.-Verein. 70 (1970), 70-114.
4. Prażmowska, M., Prażmowski, K., Żynel, M.: ,, Affine polar spaces, their Grassmannians, and adjacencies", Math. Pannonica 20 (2009), 37-59.